

انتخاب سبد بهینه‌ی سهام به منظور سرمایه‌گذاری با توجه به محدودیت بودجه، با استفاده از تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها

حسین بختیاری^۱

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۱/۱۸ تاریخ چاپ: ۱۴۰۱/۰۲/۲۸

چکیده

تحلیل پوششی داده‌ها یک ابزار توانمند بر پایه‌ی برنامه‌ریزی ریاضی برای ارزیابی عملکرد و سنجش کارایی مجموعه‌ای از واحدهای تصمیم‌گیرنده با ورودی‌ها و خروجی‌های چندگانه است. هدف این پژوهش ارائه روشی برای انتخاب یک دسته بهینه از بین دارایی‌های پذیرفته‌شده در بازار بورس با توجه به محدودیت بودجه‌ی سرمایه‌گذار براساس میزان کارایی و اندازه‌ی عملکرد آن‌هاست. در این تحقیق هر دارایی یک واحد تصمیم‌گیرنده در نظر گرفته شده است که شامل بردار ورودی و خروجی است. در این مقاله به منظور سرمایه‌گذاری در بازار بورس، فرض بر این است که بودجه‌ی سرمایه‌گذار مقدار معلوم و محدود است و سرمایه‌گذار قصد دارد بدانند کدام یک از دارایی‌ها را جهت سرمایه‌گذاری انتخاب و در هر دارایی چه میزان سرمایه‌گذاری نماید.

واژگان کلیدی

تحلیل پوشش داده‌ها، پرتفوی

۱. کارشناسی ارشد حسابداری، دانشگاه پیام نور تهران واحد ری، ایران. (hosseinbakhtary36@gmail.com)

مقدمه

در بسیاری از مسائل عملی، انجام فعالیت توسط واحدها، نیاز به تخصیص بودجه و سرمایه می‌باشد. از آن‌جا که معمولاً بودجه در دسترس محدود است، لذا استفاده‌ی بهینه از منابع در دسترس به منظور کسب حداکثر بهره‌وری ممکن، همواره مورد توجه مدیران و صاحبان سرمایه است. امروزه به دلیل پیچیدگی مسائل، حجم بالای اطلاعات، رقابت شدید داخلی و خارجی، تغییرات ناگهانی استراتژی‌ها، در برخورد انفعالی با مشکلات حاد از قبیل تورم، رکود، بیکاری و غیره از مواردی هستند که بدون برخورد علمی با آن‌ها راهکاری مناسب در جهت کسب بهره‌وری مناسب حاصل نمی‌شود. از این رو لازم است یک استراتژی مطلوب جهت تخصیص منابع محدود در دسترس اتخاذ گردد تا از مصرف بیهوده‌ی منابع ارزشمند جلوگیری گردد و سعی گردد تا با مصرف حداقل منابع، حداکثر درآمد و بهره‌وری ممکن کسب گردد. در سال‌های اخیر کاربردهای فراوانی از تحلیل پوششی داده‌ها برای ارزیابی عملکرد و اندازه‌گیری کارایی مؤسسات، سازمان‌ها و بنگاه‌های اقتصادی از قبیل سازمان بورس و انتخاب پرتفوی انجام شده است. سازمان‌های بورس معتبر دنیا با توجه به ماهیت فعالیتشان نشان داده‌اند که در تأمین و جمع‌آوری سرمایه به قصد تأمین منابع مورد نیاز جهت زیرساخت‌های اجتماعی، فرهنگی و اقتصادی خود موفق بوده‌اند؛ و این حاصل اعتماد سهامداران به بازار سرمایه و کارایی بازار است. آن‌ها اطمینان دارند که سرمایه‌ی آن‌ها به هدر نرفته و سودهای معقولی کسب خواهند نمود. در این راستا، تحقیق و بررسی پیرامون مقوله‌های مختلف مؤثر بر بازار سهام می‌تواند به تصمیم‌گیری صحیح سهامداران کمک نماید و تخصیص بهینه‌ی منابع اقتصادی به نحوی مطلوب‌تر صورت گرفته و وضع سرمایه‌گذاری بهتر گردد (قائم‌ی و همکاران ۱۳۸۲).

امروزه سرمایه‌گذاران و تصمیم‌گیرندگان حوزه‌ی سرمایه‌گذاری همواره با مشکل انتخاب بهترین دارایی از بین گزینه‌های مختلف هستند. اغلب پیشنهاداتی متنوع در خصوص سرمایه‌گذاری به آن‌ها می‌شود و آن‌ها بایستی به اندازه‌ی کافی با اصول و تکنیک‌های مقایسه‌ی گزینه‌های مختلف از نظر سودآوری و جلوگیری از ضرر و زیان تحمیلی آشنا باشند تا بتوانند با انتخاب بهترین گزینه‌ها، حداکثر بهره‌وری و درآمد را کسب نمایند. (جوادی ۱۳۷۸).

امروزه روش‌ها و استراتژی‌های سرمایه‌گذاری به دلیل پیچیدگی مسائل و حجم بالای داده‌ها و اطلاعات، پیشرفت‌هایی قابل توجه داشته است. این رشد گسترده نیاز فزاینده‌ی ای به مدل‌های ترکیبی ایجاد نموده و سبب پیوند مدل‌سازی ریاضی و مالی گردیده است.

به گونه‌ای که روش‌های ارایه شده ترکیبی از روش‌های ریاضی و مباحث مالی شده است. این مسأله در پرتو اندیشه‌های مارکوتیز و شارپ روند تکاملی پیموده و کاربرد برنامه‌ریزی ریاضی، دقت سرمایه‌گذاری در انتخاب سبد سهام بهینه را افزایش داده است (خدامرادی و راعی عزآبادی ۱۳۹۳)؛ اما لازمه‌ی این کار داشتن بازار فعال و پویای سالم پول و اعتبار سرمایه می‌باشد. قابل ذکر است که داشتن بنگاه‌های اقتصادی فعال و سالم از ویژگی‌های مهم و اساسی جوامع صنعتی و

توسعه یافته به شمار می‌رود. این بدان مفهوم است

که اگر با یک مکانیسم صحیح و اصولی، سرمایه‌های خرد را کد و غیرراکد سرگردان افراد، در بخش تولید و همچنین زیرساخت‌های موردنیاز هدایت شود، علاوه بر آن که سرمایه‌گذاران از درآمد این سرمایه‌گذاری‌های کلان در بخش تولید منتفع می‌شوند، همچنین سرمایه‌گذاران می‌توانند به‌عنوان مهم‌ترین عامل سرمایه‌گذاری برای راه‌اندازی طرح‌های اقتصادی مناسب جامعه نیز باشند.

پیشینه‌ی تحقیق

انتخاب سبد مالی بهینه اولین بار توسط مارکوتیز (۱۹۵۷) مطرح شد. مدل وی به مدل «میانگین - واریانس» معروف شد که یک مسأله‌ی برنامه‌ریزی غیرخطی بود. بعد از آن شارپ (۱۹۶۴) روش تک‌فاکتور شارپ را مطرح نمود که مشکلات روش مارکوتیز را نداشت. در روش تک‌فاکتور شارپ، از بازده بازار استفاده شد و نیازی به محاسبه‌ی ماتریس کوواریانس در روش مارکوتیز با توجه به ارتباط بازده دو به دو سهام‌ها نبود. موری موری (۱۹۹۹) مدل غیرخطی میانگین - واریانس را مطرح نمود که در آن میانگین بازده به‌عنوان خروجی و انحراف معیار بازده به‌عنوان ورودی مدل معرفی شده بود.

جوړو و ناپ (۲۰۰۵) مدل غیرخطی میانگین - واریانس و چولگی که از تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها الهام گرفته شده بود، به انتخاب سبد مالی بهتر پرداخت. در پژوهش آن‌ها از چولگی بازده به‌عنوان معیار خروجی استفاده شد. چراکه آردتبی (۱۹۷۵)، کان (۱۹۸۲) و هووچنگ (۱۹۹۱) نشان دادند که سرمایه‌گذاران چولگی مثبت را ترجیح می‌دهند. بریک و همکاران (۲۰۰۷) به‌منظور انتخاب پرتفوی، تابع کمبود را معرفی کردند.

لامب و تی (۲۰۱۲) مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها برای صندوق‌های سرمایه‌گذاری ارائه دادند. سنگو پتا (۲۰۰۳) تست‌های کارایی برای پرتفوی صندوق‌های سرمایه‌گذاری مشترک ارائه داد. کریستین و هروی (۲۰۱۷) تجزیه و تحلیل پرتفوی را با استفاده از تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها ارائه دادند. بحری ثالث و همکاران (۱۳۹۷)، پژوهشی تحت عنوان، انتخاب و بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از روش میانگین - واریانس مارکوتیز با بهره‌گیری از الگوریتم‌های مختلف انجام دادند.

در پژوهش آن‌ها، انتخاب و بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از الگوریتم ژنتیک و اطلاعات ۱۰۶ شرکت پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار در طی دوره‌ی زمانی ۱۳۸۶ تا ۱۳۹۳ اقدام به معرفی سبد سهام بهینه نمودند.

کاظمی میان گسگری و همکاران (۱۳۹۶)، پژوهشی با عنوان «بهینه‌یابی سبد سهام (با کاربرد مدل ارزش در معرض ریسک بر روی کارایی متقاطع)» انجام دادند. آن‌ها در تحقیق خود از تحلیل پوششی داده‌ها براساس صورت‌های مالی، برای تولید کارایی متقاطع استفاده نمودند.

قبری و همکاران (۱۳۹۵)، تحقیقی تحت عنوان «بررسی ارزیابی سبد سهام بهینه از بین سهام شرکت‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران» انجام دادند.

جمشیدی عینی و خالوزاده (۱۳۹۵)، تحقیقی تحت عنوان «بررسی روش‌های هوشمند در حل مسأله‌ی سبد سهام مقید در بازار سهام تهران» انجام دادند.

اصغرپور و رضازاده (۱۳۹۴)، تحقیقی تحت عنوان «تعیین سبد بهینه‌ی سهام با استفاده از روش ارزش در معرض خطر» انجام دادند. هدف اصلی این پژوهش تعیین پرتفوی بهینه‌ی سهام شرکت‌های صنایع غذایی پذیرفته در بورس اوراق بهادار تهران بود. آن‌ها در تحقیق خود ۲۱ شرکت را مورد مطالعه قرار دادند و جهت انجام تحقیق از بازده لگاریتمی سهام شرکت‌ها استفاده نمودند.

علوی تبار و همکاران (۱۳۹۳)، با ارائه‌ی الگوی ترکیبی جهت انتخاب سبد سهام در بازار بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از تکنیک تصمیم‌گیری چندمعیاره به پژوهش پرداختند.

سلامی بیدگل و طیبی ثانی (۱۳۹۳)، پژوهشی تحت عنوان «بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری براساس ارزش در معرض ریسک با استفاده از الگوریتم کلونی مورچگان» انجام دادند. در این تحقیق نشان داده شد که روش ترکیبی الگوریتم ژنتیک و الگوریتم مورچگان، قادر است مسأله‌ی بهینه‌سازی سبد سهام را با توجه به معیار ارزش در معرض ریسک با در نظر گرفتن محدودیت عدد صحیح برای تعداد سهام موجود در سبد سهام حل نماید و نتایج نشان داد که الگوریتم ترکیبی جوابی بهتر نسبت به الگوریتم ژنتیک به‌تنهایی می‌دهد.

آذر و همکاران (۱۳۹۲)، در تحقیقی با استفاده از روش تحلیل پوششی داده‌ها و آرایه‌ی دو مدل به‌صورت مجزا، کارآمدترین و ناکارآمدترین پرتفوی را شناسایی کردند. در این مطالعه شاخص‌های ورودی هر دارایی شامل ضریب سیگما، ضریب بتا و نسبت $\frac{P}{E}$ در نظر گرفته شده و شاخص‌های خروجی شامل نرخ بازده یکساله، نرخ بازده سه ساله، نرخ بازده پنج ساله و درآمد هر دارایی بود. آن‌ها در مطالعه‌ی خود ۸۶ شرکت را مورد بررسی قرار دادند که ۱۱ شرکت کارا به سرمایه‌گذاران جهت سرمایه‌گذاری پیشنهاد دادند و ۷ شرکت نیز ناکارا تعیین شد.

مهدی زاده و ثابت (۱۳۹۱)، با استفاده از داده‌های ۹۶۳ روز ۷۹ شرکت پذیرفته شده در سازمان بورس موجود در سبد سرمایه‌ی صندوق بازنشستگی شرکت نفت طی دوره‌ی ۱۳۸۴-۱۳۸۷، سبد بهینه‌ی سرمایه‌گذاری این صندوق را با استفاده از مدل مارکوتیز و ارزش در معرض خطر به‌دست آوردند.

پهلوان و همکاران (۱۳۹۱)، با بهره‌گیری از فرآیند تحلیل شبکه‌ای با داده‌های فازی به رتبه‌بندی و اولیت‌بندی عوامل مؤثر بر انتخاب سهام در بورس اوراق تهران پرداختند. آن‌ها در پژوهش خود نشان دادند که متغیرهای سود هر سهم، حاشیه‌ی سود خالص، بازده دارایی، درآمد، نسبت ارزش بازار به ارزش دفتری، ریسک تجاری، ریسک مالی و ریسک سیستماتیک به‌عنوان مهم‌ترین عوامل مؤثر بر ترجیح مشتریان در انتخاب هر سهم محسوب می‌شوند.

اکبری و همکاران (۱۳۹۱) در یک مطالعه با استفاده از روش ترکیبی فرآیند تحلیل شبکه‌ای فازی و دیمتال فازی، یک سبد سهام پرتفوی ارایه دادند. آن‌ها در تحقیق خود بورس طلا، بورس اوراق بهادار و بورس روغن‌های صنعتی را مورد مطالعه قرار دادند.

در این پژوهش از فازی دیمتال جهت ارزیابی و رتبه‌بندی فاکتورها با در نظر گرفتن ارتباط داخلی بین آن‌ها و ترسیم نمودار علت و معلول و همچنین از فرآیند تحلیل شبکه‌ای فازی جهت رتبه‌بندی نهایی دارایی‌ها استفاده نمودند. امیریان و آذر (۱۳۹۰)، در یک پژوهش با استفاده از روش تصمیم‌گیری چند شاخصه‌ی فازی گروهی دارایی‌ها را رتبه‌بندی نمودند. آن‌ها در تحقیق خود از روش ترکیبی تاپسیس فازی و روش پایه‌ی فازی جهت رتبه‌بندی دارایی‌های مدنظر استفاده نمودند.

لانکان و کالدریان (۲۰۱۵)، در یک پژوهش به تحلیل اثر گردش سرمایه‌ی سبد سهام خارجی بر روی بازگشت سرمایه در شرکت‌های برزیلی لیست شده در بازار بورس با استفاده از ۶ عامل پرداختند. نتایج کار آن‌ها نشان داده که سبدهای سهام خارجی منجر به افزایش بازگشت سرمایه برای شرکت‌هایی با بتای بالا و بتای نیمه‌بالا شده است، اما برای شرکت‌هایی با بتای پایین و نیمه‌پایین منجر به کاهش بازگشت سرمایه شده است.

ژورگیو (۲۰۱۴)، مسأله تخصیص دارایی در چارچوب روش میانگین - واریانس را مورد مطالعه قرار داد. در این راستا وی یک الگوی نظری بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری را مشخص کرد و برای مجموعه‌ی داده‌های تابلویی دوره‌ی زمانی مارس ۱۹۹۰ تا مارس ۲۰۱۳ به کار برد.

هیوسینگ و همکاران (۲۰۱۳)، در پژوهشی تحت عنوان «پرتفوی چند دوره‌ای مارکوتیز بر مبنای میانگین واریانس با احتمال خروج از وابستگی ایالتی» انجام دادند. آن‌ها در مطالعه‌ی خود به بررسی مسائل انتخاب افق زمان محتمل جهت محاسبه‌ی پرتفوی بر مبنای میانگین واریانس دوره‌های چندگانه پرداختند.

مو و همکاران (۲۰۱۳)، از الگوریتم ژنتیک برای تحلیل تکنیکال و بهینه‌سازی سبد سهام استفاده کردند. در این پژوهش علاوه بر الگوریتم ژنتیک با توجه به شاخص‌های متعدد تحلیل تکنیکال، مدعی شدند که الگوریتم ژنتیک ابزاری قدرتمند برای بهینه‌سازی سبد سهام فراهم می‌کند.

لئونگ و همکاران (۲۰۱۲)، در پژوهشی تحت عنوان «بهبود برآورد کاربران دوستانه جهت بهینه‌سازی تئوری پرتفوی مارکوتیز و برآورد دقیق با به کارگیری سرمایه‌گذاری در بازار سهام ایالت متحده»، به این نتیجه رسیدند که برآوردهای سنتی درآمدها، به‌طوری چشمگیر درآمدها را غیرواقعی (بیش‌تر از واقعیت) نشان می‌دهند.

چن و همکاران (۲۰۱۱)، در تحقیقی تحت عنوان «الگوریتم ژنتیک رابطه‌ای به‌همراه جهش هدایت‌شده برای بهینه‌سازی پرتفوی مقیاس بزرگ» انجام دادند. در این مطالعه از الگوریتم ژنتیک رابطه‌ای، جهت بهینه‌سازی پرتفوی استفاده نمودند.

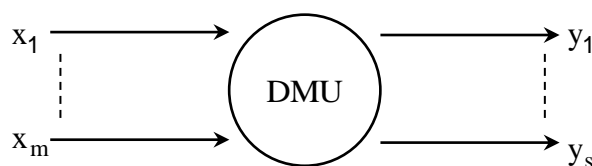
هووانگ و همکاران (۲۰۱۵)، با استفاده از یک مسأله‌ی برنامه‌ریزی چندهدفه روشی برای انتخاب پرتفوی ارائه دادند.

غلامرضا و محدثه (۲۰۲۰)، با استفاده از روش کارایی متقاطع تحلیل پوششی داده‌ها یک پرتفوی بهینه ارائه دادند. لوریو و همکاران (۲۰۲۰) با استفاده از رویکرد تصمیم‌گیری چندمعیاره و یک خوشه‌بندی ترکیبی، روشی برای انتخاب پرتفوی ارائه دادند.

روش پیشنهادی

فرض کنید تعداد n شرکت پذیرفته شده در سازمان بورس بخشی از سهام خود را جهت فروش در بازار بورس عرضه نموده‌اند. هدف در این پژوهش ارائه یک مجموعه‌ی پرتفوی می‌باشد. در این مقاله هر شرکت و دارایی یک واحد تصمیم‌گیرنده در نظر گرفته می‌شود.

واحد تصمیم‌گیرنده؛ واحدی است که با دریافت بردار ورودی m تایی با مقادیر (x_1, x_2, \dots, x_m) قادر به تولید بردار خروجی s تایی با مقادیر (y_1, y_2, \dots, y_s) می‌باشد؛ بنابراین یک واحد تصمیم‌گیرنده^۱ (DMU) دارای نمایش زیر است.



در این پژوهش شاخص‌های ورودی و خروجی شامل موارد زیر است:

شاخص‌های ورودی

۱- ارزش هر سهم: ارزش هر سهم دارایی Z برابر مقدار معلوم C می‌باشد.

۲- ریسک هر سهم: ریسک هر سهم عبارتست است واریانس هر دارایی که مقدار آن معلوم است.

۳- نسبت قیمت به درآمد $(\frac{P}{E})$

شاخص خروجی

۱- بازده هر سهم.

بنابراین هر دارایی به‌عنوان واحد تصمیم‌گیرنده شامل سه شاخص ورودی و یک شاخص خروجی می‌باشد. در این تحقیق فرض بر این است که تعداد سهامی که شرکت Z در بازار بورس عرضه نموده، برابر مقدار معلوم f و بودجه‌ی سرمایه‌گذار جهت سرمایه‌گذاری، برابر مقدار مشخص L می‌باشد و سرمایه‌گذار تصمیم دارد براساس بودجه و مقدار سرمایه‌ی خود یک سبد سهام بهینه از بین دارایی‌های موجود در بازار بورس طوری انتخاب نماید تا اولاً؛ با پذیرش حداقل ریسک ممکن، حداکثر درآمد ممکن با تخصیص حداقل بودجه‌ی ممکن کسب نماید. ثانیاً؛ حداکثر تعداد سهام

¹ Decision Making Unit (DMU)

ممکن را با توجه به محدودیت بودجه‌ی خود تهیه نماید. به‌طوری‌که با باقیمانده‌ی بودجه بعد از سرمایه‌گذاری، امکان خرید سهام دیگر نباشد.

بنابراین به‌منظور معرفی یک سبد سهام بهینه به‌منظور تأمین دو شرط فوق، ابتدا با حل مدل راسل (۱۹۹۹) برای تمام واحدهای تصمیم‌گیرنده، واحدهای کارا و ناکارا مشخص می‌گردد. مدل راسل اصلاح شده برای ارزیابی واحد تصمیم‌گیرنده DMU_K مدل زیر حل می‌گردد.

$$P' = \min \frac{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \theta_i}{\frac{1}{s} \sum_{r=1}^s \phi_r}$$

مدل (۱)

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j x_{ij} \leq \theta_i x_{ik} \quad i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j y_{rj} \geq \phi_r y_{rk} \quad r = 1, \dots, s$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1$$

$$\theta_i \leq 1 \quad i = 1, \dots, m$$

$$\phi_r \geq 1 \quad r = 1, \dots, s$$

$$\lambda_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n$$

در مدل (۱) هر شاخص ورودی که از جنس هزینه است به‌اندازه‌ی θ_i منقبض و هر شاخص خروجی که از جنس درآمد است به‌اندازه‌ی ϕ_r منبسط می‌گردد. فرض کنید $(\theta', \phi', \lambda')$ جواب بهینه‌ی مدل (۱) باشد. در این صورت

$$P' = 1 \text{ اگر و تنها اگر داشته باشیم:}$$

به عبارت دیگر واحد تصمیم‌گیرنده (x_k, y_k) کاراست اگر و فقط اگر داشته باشیم:

$$1) \theta'_i = 1 \quad i = 1, \dots, m$$

$$2) \phi'_r = 1 \quad r = 1, \dots, s$$

با حل مدل (۱) برای تمام دارایی‌ها، واحدهای تصمیم‌گیرنده‌ی کارا و ناکارا مشخص می‌گردد. فرض کنید T_1 مجموعه واحدهای تصمیم‌گیرنده‌ی کارا باشد؛ یعنی:

$$T_1 = \{DMU_j \mid P'_j = 1\}$$

در نتیجه واحدهای تصمیم گیرنده‌ی ناکارا به صورت زیر خواهد بود:

$$T'_1 = \{DMU_1, \dots, DMU_n\} - T_1$$

در این جا T_1 برابر سبد سهام بهینه می‌باشد. به عبارت دیگر اعضاء T_1 به عنوان مجموعه‌ی پرتفوی جهت سرمایه گذاری معرفی می‌گردد؛ بنابراین دارایی‌هایی که سرمایه گذار می‌تواند در آنها سرمایه گذاری نماید، اعضاء مجموعه‌ی T_1 خواهد بود. با مشخص شدن سبد سهام بهینه، مقدار سرمایه‌ای که سرمایه گذار در هر یک از دارایی‌های مجموعه‌ی T_1 باید سرمایه گذاری نماید، به صورت زیر تعیین می‌کنیم. برای این منظور در مرحله‌ی دوم، با حل مدل ابر کارایی زیر (Tone-۲۰۰۱) برای واحدهای تصمیم گیرنده‌ی کارا، اعضاء مجموعه‌ی T_1 ، رتبه‌بندی می‌شوند. مدل زیر به مدل (S-SBM)^۱ مشهور است.

$$\phi'_k = \min \frac{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m t_i^-}{\frac{1}{s} \sum_{r=1}^s t_r^+}$$

مدل (۲)

$$\sum_{j \neq k}^n \mu_j x_{ij} \leq t_i^- \quad i = 1, \dots, m$$

$$\sum_{j \neq k}^n \mu_j y_{rj} \geq t_r^+ \quad r = 1, \dots, s$$

$$\sum_{j \neq k} \mu_j = 1$$

$$t_i^- \geq x_{ik} \quad i = 1, \dots, m$$

$$0 \leq t_r^+ \leq y_{rk} \quad r = 1, \dots, s$$

$$\mu_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n, j \neq k$$

فرض کنید (μ', t^+, t^-) جواب بهینه‌ی مدل (۲) باشد. در این صورت رتبه‌ی DMU_k برابر ϕ'_k خواهد بود. با حل مدل (۲) برای اعضاء مجموعه‌ی T_1 ، واحدهای تصمیم گیرنده‌ی کارا رتبه‌بندی می‌شوند. در ادامه به منظور تعیین مقدار سرمایه و بودجه‌ی مورد نیاز جهت سرمایه گذاری در دارایی DMU_j ($j \in T_1$)، قرار می‌دهیم:

$$d = \sum_{j \in T_1} \phi'_j$$

¹ Super Slacks – Based Measure

لذا سهم دارایی j ام ($j \in T_1$) برابر $V_j = \frac{\phi'_j}{d}$ در نظر گرفته می‌شود؛ و چون بودجه‌ی در دسترس برابر مقدار L واحد پولی است، بنابراین مقدار بودجه و سرمایه‌ی تخصیص یافته به دارایی j ام برابر $L_j = V_j L$ خواهد بود.

با این روش سرمایه‌گذار در هر دارایی به نسبت رتبه‌ی دارایی، سرمایه‌گذاری می‌کند؛ بنابراین هرچه رتبه‌ی دارایی بالاتر باشد، از اهمیت بالاتری برخوردار بوده و سهمی بیشتر از بودجه‌ی در دسترس را به خود اختصاص خواهد داد. بعد از تعیین مقدار سرمایه‌ی تخصیص یافته به دارایی‌های کارا، در مرحله‌ی سوم تعداد سهامی که باید از هر دارایی کارا جهت سرمایه‌گذاری خرید نمود، به روش زیر محاسبه می‌کنیم. برای این منظور با توجه به این که تعداد سهام دارایی j ام که در بازار بورس عرضه شده، برابر f_j است، تعداد سهامی که سرمایه‌گذار از دارایی j ام با رتبه‌ی ϕ'_j و بودجه‌ی تخصیص L_j می‌تواند خرید نماید با رابطه‌ی $S_j = \left[\frac{L_j}{f_j} \right]$ به دست می‌آید. ([] نماد جزء صحیح می‌باشد)

$$S_j = \left[\frac{V_j L}{f_j} \right] = \left[\frac{\phi'_j}{f_j d} \right] = \left[\frac{\phi'_j}{f_j \sum \phi'_j} \right]$$

همچنین مبلغی که بابت خرید تعداد S_j از دارایی j ام باید پرداخت نماید برابر $C_j S_j$ خواهد بود؛ که در آن C_j ارزش هر سهم j ام می‌باشد. با این استراتژی کل سرمایه‌ای که سرمایه‌گذار جهت سرمایه‌گذاری به دارایی‌های مجموعه‌ی T_1 اختصاص می‌دهد برابر $K = \sum_{j \in T_1} C_j S_j$ و میزان پول و سرمایه‌ی باقیمانده برابر $h = L - k$ خواهد بود.

اکنون اگر $j \in T_1$ و $h < C_j$ باشد، نتیجه می‌شود الگوریتم انتخاب سبد سهام بهینه تمام است.

و چنانچه برای دارایی j ام داشته باشیم؛ $h \geq C_j$ ($j \in T_1$)، این نشان می‌دهد هنوز از باقیمانده‌ی سرمایه به مقدار h ،

می‌توان در دارایی j ام به تعداد $S_j = \left[\frac{\phi'_j}{f_j \sum_{j \in T_1} \phi'_j} \right]$ خرید نمود.

این روند آن قدر تکرار می‌شود تا شرط $h < C_j$ برای هر $j \in T_1$ برقرار باشد.

تجزیه و تحلیل داده‌ها و یافته‌ها

در این تحقیق از بین ۳۰ شرکت پذیرفته شده در بورس یک مجموعه‌ی پرتفوی انتخاب و میزان تخصیص سرمایه و موجودی در هر دارایی را تعیین می‌کنیم. برای این منظور هر دارایی یک واحد تصمیم‌گیرنده در نظر گرفته می‌شود که شامل شاخص‌های ورودی:

I_1 : ارزش (قیمت) هر سهم (واحد تومان)

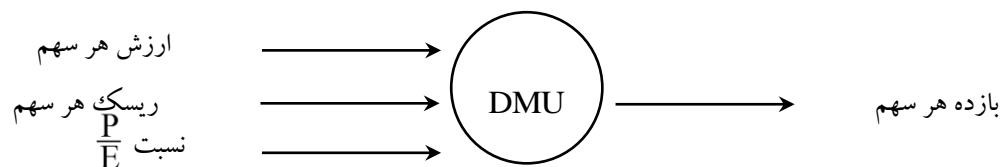
I_2 : ریسک هر دارایی

I_3 : نسبت قیمت به درآمد $\left(\frac{P}{E} \right)$

و همچنین شامل شاخص خروجی زیر است:

01: بازده هر سهم

بنابراین هر واحد تصمیم گیرنده دارای نمایش زیر است:



جدول زیر مربوط به شاخص‌های ورودی و خروجی واحدهای تصمیم گیرنده می‌باشد.

جدول ۱: اطلاعات مربوط به ۳۰ شرکت پذیرفته شده در بازار بورس

DMU	شاخص‌های ورودی			شاخص خروجی	تعداد سهام موجود
	I_1	I_2	I_3	O_1	f_j
۱	۱۰۱۵۰	۱۱/۳	۱۴/۵۸	۶/۸۳	۱۸۸۷۴۶
۲	۷۲۸۹	۱۴/۷	۹/۰۷	۷۸۳	۲۵۳۵۵
۳	۱۷۰۶	۵/۲	۵/۲۴	۳/۲۵	۴۹۱۶۴۹
۴	۴۵۴۴	۹/۵	۲۸/۱۴	۱۶۸	۱۴۰۱۰۳
۵	۸۹۰	۲/۲	۶/۰۵	۱۴۷	۱۱۶۲۰۰
۶	۱۶۰۳	۴/۷	۴/۴۷	۳۵۸	۵۵۱۵۰
۷	۶۱۳۵	۱۲/۲	۴/۱۹	۱۶۴۶	۴۱۵۰۲۰
۸	۱۲۹۵	۳/۶	۵/۵۳	۲۳۴	۴۱۲۰۲۰۰۰
۹	۱۳۴۳	۳/۸	۴/۵۱	۲۹۸	۶۹۱۹۰۰۰

۱۰	۱۵۴۴	۴/۲	۷/۵۳	۲۰۵	۲۸۴۸۰۰۰
۱۱	۱۱۹۷	۳/۳	۵/۲۷	۲۲۷	۵۳۹۰۰۶
۱۲	۱۶۱۹	۴/۳	۴/۴۱	۳۶۷	۵۶۸۶۱۵
۱۳	۱۹۱۷	۳/۴	۴/۱۳	۴۶۴	۳۳۰۲۴۱
۱۴	۱۷۰۷	۵/۳	۱۲۱/۹۳	۱۴	۳۵۰۳۷
۱۵	۷۳۹	۲/۴	۲۰	۳۸	۸۱۴۷۴۰۰۰
۱۶	۷۵۸	۲/۸	۸/۹۲	۸۵	۴۳۰۵۰۰۰
۱۷	۱۴۰۳	۳/۵	۶/۰۵	۲۳۲	۴۴۴۶۰۰۰
۱۸	۹۵۱	۲/۹	۳/۲۶	۲۹۲	۸۷۵۰۵
۱۹	۱۴۷۳	۳/۸	۳/۲۴	۴۵۴	۱۵۶۰۰۰
۲۰	۱۰۳۵	۲/۱	۳/۳۷	۳۰۷	۵۵۵۴۱
۲۱	۱۳۳۵	۳/۴	۵/۰۸	۲۶۳	۵۱۴۹۶۳۹۷۵۲۴
۲۲	۹۶۵	۳/۱	۵/۵۵	۱۷۴	۸۹۵۴۲۶
۲۳	۲۳۷۸	۹/۴	۵/۴۲	۴۳۹	۲۲۸۵
۲۴	۵۶۴۸	۷/۹	۱۳/۹۵	۴۰۵	۲۰۲۱
۲۵	۲۷۷۷	۴/۶	۶/۶	۴۲۱	۵۴۷۴۲۰۰۰
۲۶	۸۰۸	۶/۷	۳/۹۴	۲۰۵	۲۶۸۵۰۰۰
۲۷	۳۲۸۹	۸/۸	۳/۳۵	۹۸۳	۲۶۸۵۰۰۰
۲۸	۱۷۸۰۸	۱۱/۷	۶/۵۵	۲۷۲۰	۵۵۲۰
۲۹	۷۲۰	۲/۶	۶/۱	۱۱۸	۵۰۳۲۵۸۰۰۰
۳۰	۳۲۰۳	۸/۶	۳۰/۸	۱۰۴	۶۰۹۱۴۵

اکنون در مرحله اول با حل مدل (۱)، دارایی‌های کارا و ناکارا تعیین می‌گردد. جواب بهینه‌ی مدل (۱) برای ۳۰ واحد تصمیم‌گیرنده‌ی فوق به صورت جدول (۲) می‌باشد.

جدول ۲: جواب بهینه‌ی مدل (۱)

DMU	P'	DMU	P'
۱	۰/۲۷۳	۲۱	۰/۵۶
۲	۰/۳۳۸	۲۲	۰/۴۸۹
۳	۰/۰۰۵	۲۳	۰/۴۶۴
۴	۰/۰۹۵	۲۴	۰/۲۴۸
۵	۱	۲۵	۰/۵۲
۶	۰/۶۳۵	۲۶	۱
۷	۱	۲۷	۱
۸	۰/۴۸۶	۲۸	۱
۹	۰/۶۲۷	۲۹	۱
۱۰	۰/۳۴	۳۰	۰/۰۷۳
۱۱	۰/۵۱۴		
۱۲	۰/۶۶۸		
۱۳	۰/۸۷۸		
۱۴	۰/۰۱۵		
۱۵	۱		

۱۶	۰/۴۹۸		
۱۷	۰/۴۵۵		
۱۸	۱		
۱۹	۱		
۲۰	۱		

با توجه به جواب بهینه‌ی مدل (۱) برای واحدهای تصمیم‌گیرنده، نتیجه می‌شود واحدهای کارا به شرح زیر است:

$$T_1 = \{5-7-15-18-19-20-26-27-28-29\}$$

همچنین برای واحدهای تصمیم‌گیرنده که مقدار تابع هدف برای آن‌ها $P' < 1$ به دست آمده، مجموعه واحدهای ناکارا هستند.

$$T'_1 = \{1,2,3,4,6,8,9,10,11,12,13,14,16,17,21,22,23,24,25,30\}$$

این نشان می‌دهد از ۳۰ شرکت پذیرفته شده در بازار بورس، تعداد ۱۰ شرکت کارا و ۲۰ شرکت ناکارا هستند؛ بنابراین مجموعه پرتفوی به شکل زیر تعیین می‌گردد.

$$\text{مجموعه‌ی پرتفوی} = \{DMU_5 - DMU_7 - DMU_{15} - DMU_{18} - DMU_{19} - DMU_{20} - DMU_{26} - DMU_{27} - DMU_{28} - DMU_{29}\}$$

پرتفوی

در مرحله‌ی دوم به‌منظور تعیین میزان سرمایه‌ی تخصیص یافته به هر یک از اعضای مجموعه‌ی پرتفوی، مدل (۲) را به‌منظور رتبه‌بندی اعضای مجموعه‌ی T_1 حل می‌کنیم. جواب بهینه‌ی مدل (۲) برای اعضای مجموعه‌ی T_1 به شرح زیر است.

جدول ۳: جواب بهینه‌ی مدل ۲ و رتبه‌بندی واحدها

DMU	۵	۷	۱۵	۱۸	۱۹	۲۰	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹
ϕ'_j	۱/۰۱۷	۱/۱۷۷	۱/۰۲۲	۱/۰۳۸	۱/۰۲	۱/۱۳۴	۱/۰۳۶	۱/۰۵۷	۱/۶۷۶	۱/۰۶۸
$V_j = \frac{\phi'_j}{d}$	۰/۰۹۰۵	۰/۱۰۵	۰/۰۹۰۹	۰/۰۹۲۳	۰/۰۹۰۷	۰/۱۰۱	۰/۰۹۲۲	۰/۰۹۳۹	۰/۱۴۹	۰/۰۹۵
رتبه	۱۰	۲	۸	۶	۹	۳	۷	۵	۱	۴

به منظور تعیین وزن هر واحد کارا d با رابطه $d = \sum_{j=1} \phi_j'$ حساب شده است.

$$d = 1/017 + 1/177 + 1/022 + 1/038 + 1/02 + 1/134 + 1/036 + 1/057 + 1/676 + 1/068 = 11/245$$

در ادامه وزن متناظر هر واحد کارا با رابطه $V_j = \frac{\phi_j'}{d}$ به دست آمده است.

همچنین با توجه به مقدار ϕ_j' ، DMU_{28} بالاترین رتبه و DMU_5 پایین ترین رتبه را در بین واحدهای تصمیم گیرنده کارا دارد و چون DMU_7 با رتبه ۲ می باشد، لذا نتیجه می شود، نزدیک ترین رقیب دارایی شماره ۲۸، دارایی شماره ۷ می باشد.

اکنون فرض کنید بودجه‌ی سرمایه گذار مقدار معلوم ۲۰ میلیون تومان باشد و قصد سرمایه گذاری در سهام‌های پرتفوی را دارد. با توجه به وزن به دست آمده برای واحدهای کارا، به منظور کسب حداکثر بازدهی ممکن با پذیرش حداقل ریسک ممکن، پیشنهاد می گردد، سرمایه گذار به میزان ۹/۰۵ درصد سرمایه‌ی خود را در دارایی ۵، به میزان ۱۰/۵ درصد در دارایی ۷، به میزان ۹/۰۹ درصد در دارایی ۱۵، به میزان ۹/۲۳ درصد در دارایی ۱۸، به میزان ۹/۰۷ درصد در دارایی ۱۹، به میزان ۱۰/۱ درصد در دارایی ۲۰، به میزان ۹/۲۲ درصد در دارایی ۲۶، به میزان ۹/۳۹ درصد در دارایی ۲۷، به میزان ۱۴/۹ درصد در دارایی ۲۸ و به میزان ۹/۵ درصد در دارایی ۲۹ سرمایه گذاری نماید. در مرحله‌ی سوم با این تخصیص از موجودی و بودجه سرمایه گذار در شرکت‌های کارا، با توجه به ارزش و قیمت و تعداد هر سهم که در جدول (۱) آمده است، تعداد سهامی که سرمایه گذار از بین دارایی‌های کارا می تواند خرید نماید به صورت زیر حساب می شود:

$$S_j = \left[\frac{V_j \times L}{C_j} \right] = \left[\frac{V_j \times 20,000,000}{C_j} \right]$$

جدول ۴: تعداد سهام پیشنهاد شده جهت سرمایه گذاری

DMU	۵	۷	۱۵	۱۸	۱۹	۲۰	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹
C_j	۸۹۰	۶۱۳۵	۷۳۹	۹۵۱	۱۴۷۳	۱۰۳۵	۸۰۸	۳۲۸۹	۱۷۸۰۸	۷۲۰
S_j	۲۰۳۴	۳۴۲	۲۴۶۰	۱۹۴۱	۱۲۳۲	۱۹۳۲	۲۲۸۲	۵۷۱	۱۶۸	۲۶۳۸
$C_j S_j$	۱۸۱۰۲۶۰	۲۰۹۸۱۷۰	۱۸۱۷۹۴۰	۱۸۴۵۸۹۱	۱۸۱۴۷۳۶	۱۹۹۹۶۲۰	۱۸۴۳۸۵۶	۱۸۷۸۰۱۹	۲۹۹۱۷۴۴	۱۸۹۹۳۶۰

کل مبلغ پرداختی توسط سرمایه‌گذار برابر است با:

$$K = \sum_j C_j S_j = 19999596$$

بنابراین باقیمانده‌ی بودجه بعد از سرمایه‌گذاری در واحدهای کارا برابر
 $h = L - K = 20,000,000 - 19,999,596 = 404$ می‌شود.

و چون با این میزان باقیمانده‌ی بودجه، امکان سرمایه‌گذاری در هیچ‌یک از دارایی‌ها نمی‌باشد، لذا الگوریتم تمام است. به عبارت دیگر شرط $h < C_j$ برای تمام واحدهای کارا برقرار می‌باشد.

نتیجه‌گیری

در این پژوهش با استفاده از تکنیک تحلیل پوشش داده‌ها، با توجه به بودجه‌ی سرمایه‌گذار از بین ۳۰ شرکت پذیرفته شده در بازار بورس، یک سبد سهام بهینه‌ی ارایه گردید. برای انجام این کار، هر دارایی یک واحد تصمیم‌گیرنده در نظر گرفته شد که شامل شاخص‌های ورودی، ارزش هر سهم، ریسک هر سهم و نسبت $\frac{P}{E}$ و همچنین شاخص خروجی بازده بود. به‌منظور معرفی یک مجموعه‌ی پرتفوی با توجه به محدودیت بودجه‌ی سرمایه‌گذار، در مرحله‌ی اول با استفاده از مدل راسل اصلاح شده، ۳۰ واحد تصمیم‌گیرنده مورد ارزیابی قرار گرفت تا واحدهای کارا و ناکارا مشخص گردد. بعد از حل مدل راسل اصلاح شده برای ۳۰ شرکت، تعداد ۱۰ شرکت کارا و تعداد ۲۰ شرکت ناکارا شدند؛ بنابراین ۱۰ شرکت کارا به‌عنوان مجموعه‌ی پرتفوی معرفی شد. در مرحله‌ی دوم با توجه به محدودیت بودجه‌ی سرمایه‌گذار، با حل مدل رتبه‌بندی (S-SBM) واحدهای کارا رتبه‌بندی شدند تا نسبت تخصیص میزان سرمایه به هر دارایی کارا براساس رتبه‌ی آن‌ها مشخص گردد.

در این پژوهش استراتژی تخصیص بودجه به هر دارایی بر این اصل استوار بود که هر دارایی با رتبه‌ی بالا، سهمی بیش‌تر از بودجه را به خود اختصاص می‌دهد. در مرحله‌ی سوم با توجه به معلوم بودن تعداد سهام عرضه شده از هر دارایی در بازار بورس، با توجه به وزن تخصیص یافته بر هر دارایی، تعداد سهامی که سرمایه‌گذار می‌تواند در آن‌ها سرمایه‌گذاری نماید، تعیین گردید. روش پیشنهادی در این تحقیق به‌منظور تعیین سبد سهام بهینه از بین شرکت‌های موجود در بازار بورس، دارای ویژگی‌های زیر می‌باشد:

اولاً: یک مجموعه‌ی پرتفوی با پذیرش حداقل ریسک ممکن و کسب حداکثر بازده ممکن به‌دست آمد.

ثانیاً: با توجه به سرمایه و بودجه‌ی در دسترس، حداکثر تعداد سهام ممکن در مجموعه پرتفوی قرار گرفت. به عبارت دیگر از باقیمانده‌ی بودجه، امکان سرمایه‌گذاری در دارایی جدید نبود.

منابع

۱. آذر، عادل؛ خسروانی، فرزانه؛ جلالی، رضا (۱۳۹۲). "کاربرد تحلیل پوششی داده‌ها در تعیین پرتفوی کارآمدترین و ناکارآمدترین شرکت‌های حاضر در بورس اوراق بهادار تهران، پژوهش‌های مدیریت در ایران، دوره ۷، شماره ۱، ص ۱-۲۰.
۲. اصغرپور، حسین؛ رضازاده، پریسا (۱۳۹۴). "تعیین سبد سهام با استفاده از روش ارزش در معرض خطر حسین اصغرپور". فصلنامه نظریه‌های کاربردی اقتصاد، سال دوم، شماره ۴، ص ۹۳-۱۱۸.
۳. اکبری، فاطمه؛ مهدوری، ایرج؛ آشنا، مینا (۱۳۹۱). "ارایه یک مدل ترکیبی با استفاده از فرآیند تحلیل شبکه‌ای فازی و دیمتل فازی برای انتخاب بهینه‌ی سبد سهام در بازار بورس ایران". همایش منطقه‌ای مباحث نوین در حسابداری.
۴. امیریان، سجاده؛ آذر، عادل (۱۳۹۰). "ارائه مدلی برای رتبه‌بندی سهام تحت محیط تصمیم‌گیری چند شاخصه فازی گروهی". مقاله‌های همایش‌های ایران. نهمین کنفرانس بین‌المللی مدیریت.
۵. بحری ثالث، جمال؛ پاک‌مرام، عسگر؛ ولی‌زاده، مصطفی (۱۳۹۷). "انتخاب و بهینه‌سازی سبد سهام با استفاده از روش میانگین واریانس مارکوتیز با بهره‌گیری از الگوریتم‌سازی مختلف". فصلنامه علمی پژوهشی دانش مالی تحلیل اوراق بهادار سال یازدهم، شماره ۱ سی و هفتم، بهار ۹۷، ص ۵۷-۴۳.
۶. پهلوان، آریا؛ رمضانپور، اسماعیل و محمدحسن قلیزاده (۱۳۹۱). "اولویت‌بندی عوامل مؤثر بر انتخاب سهام در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از فرآیند تحلیل شبکه‌ای فازی"، سومین کنفرانس ریاضیات مالی و کاربردها، دانشگاه سمنان، ص ۱-۱۸.
۷. جمشیدی عینی، عصمت؛ خالوزاده، حمید (۱۳۹۵). "بررسی روش‌های هوشمند در حل مسئله‌ی سبد سهام مقید در بازار سهام تهران". فصلنامه علمی پژوهشی دانش مالی تحلیل اوراق بهادار سال نهم، شماره بیست و نهم، ص ۸۵-۹۶.
۸. خدامرادی، سعید؛ راعی عزآبادی، محمد ابراهیم (۱۳۹۳). "طراحی مدل ریاضی تأمین مالی بهینه در شرکت‌های هلدینگ صنعتی (رویکرد بازار سرمایه داخلی)". مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، شماره ۱۹، ص ۱۸-۱.
۹. سلامی بیدگل، غلامرضا؛ طیبی ثانی، احسان (۱۳۹۳). "بهینه‌سازی سبد سرمایه‌گذاری براساس ارزش در معرض ریسک با استفاده از الگوریتم کلونی مورچگان". فصلنامه علمی پژوهشی دانش سرمایه‌گذاری - انجمن مهندسی مالی ایران، ص ۱۰۱-۱۲۲.
۱۰. علوی تبار، قاسم؛ باغبانی، مهدی؛ گرگی زاده، مجید؛ بحرینی، وحید (۱۳۹۳). "ارائه الگویی ترکیبی جهت انتخاب سبد سهام در بازار بورس اوراق ملی حسابداری، حسابرسی و مدیریت.

۱۱. قائمی، محمدحسین؛ قیطاسوند، محمود و توجیکی، محمود (۱۳۸۲). "تأثیر هموارسازی سود بر بازده سهام، شرکت‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران". بررسی‌های حسابداری و حسابرسی، شماره‌ی ۳۳، ص ۵۶-۳۸.

۱۲. قنبری، مهرداد؛ بهرامی، آسو؛ همه‌خانی، صادق (۱۳۹۵). "بررسی ارزیابی سبد سهام بهینه از بین سهام شرکت‌های پذیرفته شده در بورس اوراق بهادار تهران". فصلنامه‌ی مطالعات مدیریت و حسابداری، دوره‌ی ۲، شماره‌ی ۲، ص ۳۰۹-۳۲۰.

۱۳. مهدی‌زاده، صابر؛ ثابت، علی (۱۳۹۱). "انتخاب سبد سرمایه‌ای بورس صندوق بازنشستگی شرکت نفت با استفاده از مدل‌های مارکوتیز و VAR" سومین کنفرانس ریاضیات مالی و کاربردها، بهمن ۱۳۹۱، دانشگاه سمنان، سمنان.

14. Arditti, F. D. (1975). Skewness and investors decisions. A Reply. *Journal of financial and Quantitative Analysis*. 10, 173-176.
15. Bricc, W., Kerstens, K., jokung, O., (2007). Means – Variance – Skewness portfolio performance gauging. A general shortage function and dual approach. *Management science* 53, 135-149.
16. Cheny, Mabu SH, Hirasawak. (2011). "Genetic relation algorithm with guided mution for the large-scale portfolio optimization" *Expert system whit application. An International journal*. pp. 3353-3363.
17. Georgive, Boris (2014). Constrained mean-variance portfolio optimization with Alternative Return Estimation, *Atlantic Economic journal* Volume 42. Issue 1. pp 91-107.
18. Gholam R. Amin, mohaddeseh Hajjami (2020). Improving DEA cross-efficiency optimization in portfolio selection. *Expert systems with applications*, doi: <https://doi.org/10.1016/j.eswa.2020.11428>.
19. Ho. Y. K., cheung, Y. L. (1991). Behavior of intra- daily Stock return on an Asian emerging market-Hong Kong. *Applied Economics*. 23, 957-966.
20. Huang, C. Y., Chiou, CC., WU, T. H., & yang, S. C. (2015) an integrated DEA-MODM methodology for portfolio optimization. *Operational research* 15 (1): 115-136.
21. Joro, T., Na, P. (2005) Portfolio performance evaluation in a mean-variance – skewness framework. *European journal of operational Research*. 175, 446-461.
22. J.T. Pastor, J.L. Ruiz, I. Sirvent, An enhanced DEA Russell graph efficiency measure, *Journal of Operational Research Society* 115 (1999) 596–607
23. Kane, A(1982). Skewness preference and portfolio choice. *Journal of financial and Quantitative analysis*. 17, 15-25.
24. Lamb, J. D, & Tee, K. H. (2012). Data envelopment analysis models of investment funds, *European journal of operational research*, 216. pp. 687-696.
25. Leung. Pui lam yip., Ng lui.keong, wing., (2012). An improved estimation to make markowitz's portfolio optimization theory users friendly and estimation accurate with application on the us stock market investment, pp 85-98.
26. Lorio, C., Pandolfo, G., Frasso, G. & D'Ambrosio, A. (2020). A combined clustering and multi-criteria approach for portfolio selection. *Statistica & applicazioni*. Doi: 10.26350/999999-000018.

28. Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *Journal of finance*. 7(1): 77-91.
29. Morey, M. R., Morey, R. C (1999). Mutual fund Performance appraisals: A multi-horizon perspective with endogenous benchmarking. *Omega*. 27, 241-258.
30. Sengupta, J. K. (2003), Efficiency tests for mutual fund portfolios, *applied financial Economics*, 13, pp. 869-876.
31. Sharpe, W. F. (1964) Capital asset: A Theory of market equilibrium under conditions of risk *journal of finance*. 19, 425-442.
32. Tarnaud. A. C., leleu. H. (2017). Portfolio analysis with DEA. Prior to choosing a model. *Omega*.
33. Tone, K., 2001. A slacks-based measure of efficiency in data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research* 130, 498-509.
34. Walter Bricc, Kristian kerstens (2010). Portfolio selection in multidimensional general and partial moment space. *Journal of Economic dynamics & control* 34. 636-656

Selecting the optimal portfolio of stocks for investment due to budget constraints, Using data envelopment analysis technique

Hoein Bakhtiari¹

Date of Receipt: 2022/04/07 Date of Issue: 2022/05/18

Abstract

Data envelopment analysis is a powerful tool based on mathematical programming to evaluate the performance and measure the efficiency of a set of decision-making units with multiple inputs and outputs. The purpose of this study is to provide a method for selecting an optimal category of assets listed on the stock market due to the investor's budget constraints based on their efficiency and performance. In this study, each asset is considered a decision-making unit that includes input and output vectors. In this article, in order to invest in the stock market, it is assumed that the investor's budget is a known and limited amount and the investor intends to know which assets to choose for investment and how much to invest in each asset.

Keywords

Data coverage analysis, portfolio

1. Master of Accounting, Payame Noor University, Tehran, Ray Branch, Iran.
(hosseinbakhtiary36@gmail.com)