

## برآورد ارزش در معرض ریسک با استفاده از توابع مختلف کاپیولا

میلاذ بابایی<sup>۱</sup>

نادر رضایی\*<sup>۲</sup>

تاریخ دریافت: ۱۴۰۱/۰۱/۰۱ تاریخ چاپ: ۱۴۰۱/۰۲/۰۱

### چکیده

ریسک یکی از مفاهیم پایه‌ای در بازارهای مالی است. با توجه به عدم تصویر دقیق از تحقق خطر، بازارهای مالی نیازمند رویکردهای کنترل و مدیریت ریسک هستند. ارزش در معرض ریسک، معیاری آماری برای اندازه‌گیری زیان‌هاست و ریسک را به صورت کمی و مفهومی اندازه‌گیری می‌کند. هدف تحقیق حاضر محاسبه ارزش در معرض ریسک با استفاده از کاپیولا می‌باشد. به دین ترتیب از کاپیولاهای نرمال (خانواده بیضوی)، گامبل، فرانک، کلایتون، جو (خانواده ارشمیدسی)، گلامبوس، هاستلر-ریس و مقدار حدی تی استیودنت (خانواده مقادیر حدی) استفاده شد. بر اساس چندک‌های مختلف تابع کاپیولای کلایتون، ارزش در معرض ریسک برآورد شد.

### واژگان کلیدی

ارزش در معرض ریسک، کاپیولا

۱. گروه مدیریت مالی، واحد مراغه، دانشگاه آزاد اسلامی، مراغه، ایران. (Milad.babaee@gmail.com)

۲. گروه حسابداری، واحد مراغه، دانشگاه آزاد اسلامی، مراغه، ایران. (نویسنده مسئول: Nader\_rezaei\_2019@yahoo.com)

## مقدمه

سرمایه‌گذاری به‌طور همزمان ریسک و بازده حاصل از گزینه‌های مختلف را مدنظر قرار می‌دهند. ریسک و بازده مهمترین مؤلفه‌های تاثیرگذار بر تصمیمات سرمایه‌گذاران هستند و بر اساس رفتار عقلایی توجه به هر دو بعد در تحلیل فرصت‌های سرمایه‌گذاری لازم است؛ بنابراین، ریسک و بازده جدایی ناپذیرند و سرمایه‌گذاران به دنبال کسب سطح معینی از بازده با تحمل حداقل ریسک ممکن هستند. ریسک انواع زیادی دارد که یکی از آنها ریسک بازار است که از افت و خیزهای روزانه قیمت سهام نشأت می‌گیرد و عمدتاً در سهام و اختیار معامله مشاهده می‌شود. ریسک بازار عبارت است از ضرر سرمایه‌ای (کاهش ارزش اصل سرمایه) به علت تغییراتی که در قیمت سهام عادی شرکت رخ می‌دهد (رس<sup>۱</sup> و همکاران، ۲۰۰۲).

یکی از روشهای شناخته شده برای اندازه‌گیری، پیش‌بینی و مدیریت ریسک، ارزش در معرض (VaR) است که در سال‌های اخیر مورد توجه و استقبال گسترده نهادهای مالی قرار گرفته است. منشأ ارزش در معرض ریسک، در بحران‌های مالی شدیدی ریشه دارد که در اوایل دهه ۱۹۹۰ گریبان‌گیر اورنج کانتی، بارینگر، متال گسل شفت، دایوا و بسیاری از شرکت‌های دیگر شد. ارزش در معرض ریسک، معیاری آماری برای اندازه‌گیری زیان هاست و ریسک را به صورت کمی و مفهومی اندازه‌گیری می‌کند؛ از این رو در زمره سنج‌های ریسک نامطلوب قرار می‌گیرد. بنا به تعریف، ریسک نامطلوب، احتمال نوسان‌های منفی بازدهی در آینده است. مارکویتز نیز مزایای استفاده از روش ریسک نامطلوب را بیان نموده، معتقد است اگر توزیع متغیر تصادفی (نرخ بازدهی) نرمال نباشد، استفاده از مدل ریسک نامطلوب مناسب خواهد بود (میلارد<sup>۲</sup>، ۲۰۱۲).

استفاده از تئوری کاپیولا<sup>۴</sup> به تحقیقات اسکالار (۱۹۵۹) باز می‌گردد؛ اما استفاده از این ابزار در مباحث مالی نظریه‌ای جدید است بوده و در سال‌های گذشته بهره‌گیری از آن رشد بسیاری داشته است. کاپیولا در مباحث مالی دارای کاربردهای زیادی است. از جمله می‌توان از کاپیولا برای مدل‌بندی ریسک‌های مختلف مالی مانند ریسک اعتباری و ریسک عملیاتی، مدیریت ریسک، وابستگی‌های سری زمانی و قیمت‌گذاری مشتقات مالی استفاده کرد. همچنین می‌توان با استفاده از کاپیولا به محاسبه معیارهای ریسک مانند ارزش در معرض ریسک، ضرر مورد انتظار پرداخت (ووکویک<sup>۵</sup>، ۲۰۱۵).

از مزایای کاپیولا در مقابل ضریب همبستگی می‌توان به چند مورد اشاره کرد (سمنو و سماگولوف<sup>۶</sup>، ۲۰۱۷): همبستگی تحت تبدیلات ریسکها، ثابت نیست. ولی کاپیولها تحت تبدیلات اکیدا صعودی ثابت هستند. همبستگی یک معیار عددی برای وابستگی است و قادر به ارائه تمامی اطلاعات درباره ساختار وابستگی نیست. در حالت کلی سه خانواده از کاپیولاها وجود دارد: خانواده بیضوی<sup>۷</sup>، خانواده ارشمیدسی<sup>۸</sup> و خانواده مقادیر حدی<sup>۱</sup>. در خانواده بیضوی، متغیرها دارای توزیع متقارن هستند، مانند تابع کاپیولای نرمال<sup>۲</sup> و تابع کاپیولای تی استیودنت<sup>۳</sup>.

<sup>1</sup> Ross

<sup>2</sup> Value at Risk

<sup>3</sup> Millard

<sup>4</sup> Copula

<sup>5</sup> Vukovic

<sup>6</sup> Semenov and Smagulov

<sup>7</sup> elliptical

<sup>8</sup> Archimedean

کاپیولاهای ارشمیدسی کاربردی زیادی در مفاهیم مالی دارند؛ زیرا ساختن کاپیولاهای ارشمیدسی مشکل نیست. خانواده کاپیولاهای ارشمیدسی دارای فرم‌های مختلفی هستند. مهمترین توابع کاپیولای ارشمیدسی شامل کاپیولای گامبل<sup>۴</sup>، کلایتون<sup>۵</sup> و فرانک<sup>۶</sup> و جو<sup>۷</sup> است. خانواده مقادیر حدی برای توصیف و مدل‌بندی ساختارهایی که دارای مقادیر نادر هستند مفید خواهند بود. از توابع مهم خانواده مقادیر حدی می‌توان به کاپیولاهای گالامبوس<sup>۸</sup>، هاستلر-ریس<sup>۹</sup> و مقدار حدی تی استیودنت<sup>۱۰</sup> اشاره کرد.

در این تحقیق سعی شده است که بر اساس بهترین تابع کاپیولا بر اساس معیارهای برازش، چندک  $\alpha$ م توزیع برازش داده شده به عنوان ارزش در معرض ریسک بورس اوراق بهادار تهران محاسبه شود و به منظور تجزیه و تحلیل داده‌ها از روش آماری کاپیولا با استفاده از نرم‌افزار R استفاده شد.

### مبانی نظری و مروری بر پیشینه تحقیق:

بحران مالی سال ۲۰۰۸ بار دیگر اهمیت روشهای مدیریت ریسک را برای ما مشخص کرد. بحران جهانی نشان داد روشهای قدیمی اندازه‌گیری و مدیریت ریسک در بازارهای بین‌المللی پرنوسان قرن بیست و یکم کارایی چندانی ندارند. استفاده از معیارهای خوش‌بینانه در اندازه‌گیری ریسک و فرض‌هایی که در بازارهای پویای مالی بسیار ساده انگارانه است، در نهایت به زیان‌های شدید و خارج از انتظار شرکتها منجر می‌شود. ریسک مفهوم نامتقارنی با نتایج مورد انتظار دارد. مفهوم عدم تقارن در ریسک بدین معناست که سرمایه‌گذاران به نتایج مطلوب و نامطلوب اهمیت یکسان نمی‌دهند. برای اندازه‌گیری ریسک معقولانه باید نگاه متفاوتی به نتایج مطلوب و نامطلوب کرد. با توجه به این حقیقت، در دهه‌های اخیر شاهد شکل‌گیری روند برجسته‌تری در اندازه‌گیری ریسک با استفاده از معیارهای چارکی، از زمان معرفی ارزش در معرض ریسک، هستیم. در حال حاضر معیار VaR یکی از معیارهای استاندارد پذیرفته شده در صنعت خدمات مالی در دنیاست. با توجه به روند جهانی شدن بازارها و ارتباط هرچه بیشتر آنها با یکدیگر، استفاده از معیارهای استاندارد ریسک برای شرکتهای ایرانی ضروری به نظر می‌رسد.

جین و لهنرت<sup>۱۱</sup> (۲۰۱۸) در تحقیقی از کاپیولاهای دینامیکی بیضوی برای تحلیل مدیریت ریسک پرتفلیو و مسئله بهینه‌سازی پرتفلیو استفاده کردند. به منظور برآورد مدل‌های گارچ از کاپیولاهای نرمال و تی استیودنت و همچنین روش درست‌نمایی ماکزیمم استفاده کردند. سپس به منظور برآورد ارزش در معرض ریسک از مدل‌های برآورد شده استفاده کردند. آکتاس و جوسترند<sup>۱۲</sup> (۲۰۱۱) به مقایسه روش‌های محاسبه قدیم ارزش در معرض ریسک با روش‌های نوین، از جمله کورنیش-فیشر پرداخته و سبد سرمایه‌گذاری کاملاً متنوعی، شامل ده سهم از سهام بازار نزدیک ۲۴ را مطالعه کردند. به منظور بررسی اثر همبستگی بین سهام در سبد سرمایه‌گذاری، دو سهم با بیشترین همبستگی حذف و یک

<sup>1</sup> Extreme-Value Copula

<sup>2</sup> Normal copula

<sup>3</sup> T-student copula

<sup>4</sup> gumbel copula

<sup>5</sup> Clayton copula

<sup>6</sup> Frank copula

<sup>7</sup> Joe copula

<sup>8</sup> galambos copula

<sup>9</sup> Hustler-Reiss

<sup>10</sup> Student's t extreme-value

<sup>11</sup> Jin and Lehnert

<sup>12</sup> Actas, O., & Sjostrand

سبد سرمایه گذاری با هشت سهم نیز بررسی شد. نتایج نشان داد در مورد یک سبد سرمایه گذاری کاملاً متنوع، هیچ کدام از سنج‌های ریسک نقض نمی‌شود، اما برای سبد سرمایه گذاری که فقط شامل یک سهم با نوسان بالا باشد، روش‌های قدیم از اعتبار چندانی برخوردار نخواهد بود.

اسفندآبادی و همکاران (۱۳۹۷) در تحقیقی به مدل‌سازی ارتباط شاخص قیمت در بازارهای مالی و رابطه مبادله در اقتصاد ایران با استفاده الگوی پرش قیمتی مرتون و رویکرد توابع کاپیولای شرطی پرداختند؛ به عبارت دیگر مدل سازی ماتریس ساختاری میان قیمت سهام، نرخ ارز، قیمت نفت و رابطه مبادله و ارتباط سیستماتیک این متغیرها براساس توابع کاپیولای شرطی بررسی خواهد شد. نتایج برآورد اندازه وابستگی بین شاخصهای بازاری که با تاو کندل سنجیده شده، نشان می‌دهد که ضریب وابستگی غیرخطی قیمت نفت و نرخ ارز ۳۹,۰ می‌باشد و وابستگی متقارن در میانگین توزیع میان این دو متغیر وجود دارد. همچنین یافته‌های تحقیق مویید آن است که هیچ ارتباطی غیرخطی میان شاخص قیمت سهام و رابطه مبادله و همچنین میان نرخ ارز و رابطه مبادله در اقتصاد ایران وجود ندارد. براساس نتایج این تحقیق، بیشترین همبستگی خطی بین متغیرهای نرخ ارز و شاخص قیمت سهام دیده می‌شود و کمترین همبستگی خطی بین قیمت نفت و رابطه مبادله است. یافته‌های این تحقیق نشان می‌دهد که اولاً رفتار غیرخطی و استوکاستیک در این بازارها وجود دارد و ثانیاً بیشترین ضریب رانش و انتشار مربوط به بازار نفت بوده است و بیشترین ضریب پرش قیمتی مربوط به بازار تجاری و رابطه مبادله می‌باشد.

پیش بهار و عابدی (۱۳۹۶) تحقیقی تحت عنوان محاسبه ارزش در معرض خطر پرتفوی: کاربرد رهیافت کاپیوا را انجام دادند. در پژوهش حاضر سعی شد چهار روش محاسبه ارزش در معرض خطر چندمتغیره برای دو پرتفوی، در بورس صنایع غذایی مورد ارزیابی قرار گیرند. نتایج آزمونهای کریستوفرسن، تابع امتیاز احتمال درجه دوم و ریشه میانگین مجذور خطا نشان داد که روش شبیه سازی مونت-کارلو مبتنی بر کاپیولا (توابع مفصل) در مقایسه با سه روش دیگر نتایج قابل اعتمادتری دارد؛ بنابراین این روش برای بررسی ساختار وابستگی و اندازه‌گیری ریسک مورد استفاده قرار گرفت و نتایج مربوط به آن نشان داد که حداکثر زیان مورد انتظار در پرتفوی لبنیات در طول یک هفته برابر ۲/۰۱ درصد و در پرتفوی شکر برابر ۱/۰۹ درصد می‌باشد.

فلاح پور و احمدی (۱۳۹۳) تحقیقی تحت عنوان تخمین ارزش در معرض ریسک پرتفوی نفت و طلا با بهرهمندی از روش کاپیولا گارچ را انجام دادند. هدف اصلی پژوهش حاضر محاسبه دقیقتر ریسک است. پژوهش پیش رو با ترکیب توابع کاپیولا و مدل‌های (GARCH)، از رویکردی با عنوان «کاپیولا گارچ» برای محاسبه VaR پرتفوی متشکل از نفت خام و طلا و داده‌های سالهای ۲۰۰۷ تا ۲۰۱۲، بهره برده است. در ادامه، نتایج به دست آمده از روش یاد شده با نتایج روشهای سنتی VaR مقایسه شدند. یافته‌های تجربی نشان می‌دهد روش کاپیولا گارچ در مقایسه با روش‌های سنتی، ریسک پرتفوی را با دقت بیشتری محاسبه می‌کند.

### روش شناسی تحقیق

در این پژوهش شاخص کل بورس اوراق بهادار و شاخص قیمت (وزنی-ارزشی) در بازه زمانی ۸۷/۰۹/۲۳ تا ۹۸/۰۳/۱۸ به تعداد کل ۲۵۲۷ داده مورد بررسی قرار گرفته است. اطلاعات مورد نیاز این پژوهش از تارنمای سازمان بورس اوراق بهادار تهران استخراج شد و به منظور پردازش و برازش توابع مختلف کاپیولا از نرم افزار R استفاده شد.

## ارزش در معرض ریسک

ارزش در معرض ریسک، اطلاعات مربوط به ریسک سبد سرمایه گذاری را به صورت یک عدد نشان می دهد. در واقع ارزش در معرض ریسک انواع ریسک ها را در یک عدد خلاصه می کند. امروزه این معیار در سطح گسترده ای مورد استفاده قرار می گیرد. به طور قراردادی، ارزش در معرض ریسک بیشترین زیان مورد انتظار را در افق زمانی مشخص در سطح اطمینان معین اندازه گیری می نماید. ارزش در معرض ریسک به صورت زیر تعریف می شود:

طبق تعریف جورین<sup>۱</sup> ارزش در معرض ریسک، روشی برای ارزیابی ریسک دارایی هاست و بیانگر حداکثر زیانی است که در سبد دارایی در یک افق زمانی مشخص و در سطح اطمینانی معین  $(1-\alpha)$  از آن بیشتر نمی شود. این معیار برآوردی از سطح زیان یک سبد سرمایه گذاری است که به احتمال معین کوچکی پیش بینی می شود که با آن مساوی شود و یا از آن تجاوز نکند (جورین، ۲۰۰۶).

در تحقیق حاضر از توابع مختلف کاپیولا شامل کاپیولای نرمال، گامبل، فرانک، کلایتون، جو، گالامبوس، هاستلر-ریس و مقدار حدی تی استیودنت به منظور مدل سازی شاخص کل بورس اوراق بهادار و شاخص قیمت (وزنی-ارزشی) استفاده شده است. لازم به ذکر است که تابع کاپیولای نرمال جر خانواده کاپیولای بیضوی، توابع کاپیولا گامبل، فرانک و کلایتون و جو متعلق به خانواده ارشمیدسی و توابع کاپیولای گالامبوس، هاستلر-ریس و مقدار حدی تی استیودنت متعلق به خانواده مقادیر حدی می باشد. توابع کاپیولا ذکر شده دارای یک پارامتر  $\theta$  هستند که به آن پارامتر همبستگی نیز گفته می شود. برای برآورد این پارامتر همبستگی روش های مختلفی وجود دارد که پرکاربردترین آن ها روش درستنمایی ماکزیمم بر مبنای بیشینه کردن لگاریتم تابع درستنمایی به ازای مقادیر مختلف پارامتر همبستگی است. در این تحقیق نیز بعد از برازش توابع مختلف کاپیولا به شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران و شاخص قیمت (وزنی-ارزشی)، تابعی انتخاب می شود که دارای بیشترین مقدار لگاریتم درستنمایی باشد. جهت برازش کاپیولا به داده های چند متغیره ابتدا با استفاده از اندازه همبستگی دنباله ها در داده های مشاهده ای برآورد پارامتر تابع کاپیولا صورت می گیرد و سپس با استفاده از تابع کاپیولا با پارامترهای تعریف شده، توزیع تجمعی پیوسته متغیرها محاسبه می شود (دودانگه و همکاران، ۱۳۹۷).

## معیار ارزیابی موفقیت تحقیق

دقت و عملکرد توابع تخمین معرفی شده براساس تعدادی از شاخص های آماری ارزیابی خواهد شد. هدف از این ارزیابی معرفی و انتخاب دقیق ترین مدل در میان سایر مدل ها می باشد. در این پژوهش، از شاخص های جذر میانگین مجموع مربع خطاها (RMSE)، ضریب ناش ساتکلیف (NSE)، میانگین درصد خطا (MPE) استفاده شده است. جذر میانگین مجموع مربع خطاها (RMSE) برای مقایسه مقدار خطای داده اندازه گیری شده با داده پیش بینی شده ابزار مناسبی می باشد. RMSE معمولاً مثبت بوده و مقدار ایده آل برای این خطا برابر با صفر می باشد.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (P_i - O_i)^2}$$

شاخص RMSE برای مقایسه چند مجموعه داده کاربرد ندارد. برای مقایسه مجموعه های مختلف از درصد جذر میانگین مربع (NRMSE) خطاها استفاده می گردد. NRMSE با رابطه مقابل بیان می گردد:

$$NRMSE(\%) = \left( \frac{RMSE}{\bar{O}} \right) \times 100$$

<sup>1</sup> Jorion

مقدار NRMSE هر چه دارای مقدار کمتری باشد، مدل مورد نظر از دقت بالایی در بین سایرین برخوردار می‌باشد. (والپول و همکاران، ۱۹۹۳)

ضریب ناش ساتکلیف (NSE) عموماً برای ارزیابی قدرت پیش‌بینی مدل‌های هیدرولوژیکی استفاده می‌شود. NSE با رابطه زیر قابل محاسبه است (ناش و ساتکلیف ۱۹۷۶):

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (P_i - O_i)^2}{\sum_{i=1}^n (O_i - \bar{O})^2}$$

ضریب ناش ساتکلیف دارای مقداری بین صفر و یک است. نزدیک بودن NSE به یک، نشان‌دهنده تطابق بهتر مقادیر تخمینی با مقادیر اندازه‌گیری شده می‌باشد.

### یافته‌های پژوهش

جدول (۱) زیر خلاصه‌ای از آماره‌های توصیفی مربوط به متغیرهای تحت بررسی را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌کنید میانگین شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران ۶۰۶۳۵ و میانگین شاخص قیمت برابر ۲۴۹۳۵ به دست آمده است. بر اساس آزمون کلموگروف-اسمیرنوف شاخص کل و شاخص قیمت بورس اوراق بهادار تهران توزیع نرمال ندارند.

جدول (۱): آمار توصیفی شاخص کل و شاخص قیمت بورس اوراق بهادار تهران

| کمترین  | میانگین | انحراف معیار | بیشترین  | آماره آزمون کلموگروف-اسمیرنوف | سطح معنی‌داری |
|---------|---------|--------------|----------|-------------------------------|---------------|
| ۷۹۵۵/۴۰ | ۶۰۶۳۵   | ۴۴۳۵۸/۰۶۷    | ۲۲۶۹۸۳/۴ | ۶/۷۹۹                         | ۰/۰۰۰         |
| ۷۷۷۵/۸۰ | ۲۴۹۳۵   | ۱۱۵۸۹/۱۰۵    | ۶۴۷۲۵/۶  | ۴/۷۰۸                         | ۰/۰۰۰         |

جدول ۲: نتایج آزمون نیکویی برازش برای شاخص کل و قیمت بورس اوراق بهادار تهران

| شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران |           |          | شاخص قیمت بورس اوراق بهادار تهران |           |          | توزیع    |
|---------------------------------|-----------|----------|-----------------------------------|-----------|----------|----------|
| MAPE                            | NSE       | RMSE     | MAPE                              | NSE       | RMSE     |          |
| ۴/۷۲۸۴                          | -۴۳۴/۲۳۹۳ | ۹۲۵۲۳۲/۱ | ۱/۹۹۹۲                            | -۱۳۶۹/۶۵۲ | ۴۲۸۹۷۰/۶ | کوشی     |
| ۲/۶۶۱۴                          | -۵/۸۷۰۳   | ۱۱۶۲۴۵/۷ | ۰/۹۹۹۹                            | -۴/۶۳۰۸   | ۲۷۴۹۴/۷۳ | نمایی    |
| ۱/۵۵۰۵                          | -۱/۰۶۶۲   | ۶۳۷۴۹/۱۸ | ۱/۴۸۵۰                            | -۶/۷۷۵۲   | ۳۲۳۰۸/۷۳ | گاما     |
| ۱/۵۱۸۶                          | -۱/۸۰۹۶   | ۷۳۳۳۷/۸۷ | ۰/۶۶۰۳                            | -۱/۱۵۰۴   | ۱۶۹۹۱/۴۶ | لگ-نرمال |
| ۱/۵۲۴۹                          | -۰/۹۸۶۳   | ۶۲۵۰۴/۶۷ | ۰/۶۶۱۳                            | -۰/۹۱۴۶   | ۱۶۰۳۲/۹۶ | وایل     |

با توجه به مقادیر ملاک‌های برازش دو توزیع به عنوان بهترین توزیع برای شاخص کل و قیمت بورس اوراق بهادار تهران انتخاب می‌شود. توزیع وایل با کمترین مقدار ملاک RMSE، بیشترین مقدار ملاک NSE بهترین توزیع و بر اساس ملاک MAPE، توزیع لگ-نرمال که کمترین مقدار می‌باشد، بین همه توزیع‌ها می‌تواند به عنوان بهترین توزیع برازش شده به داده‌های شاخص کل و قیمت بورس اوراق بهادار تهران انتخاب شود.

### انتخاب تابع کاپیولا

ابتدا از روی داده های دو متغیر، پارامتر هشت کاپولای نرمال، گامبل، فرانک، کلایتون، جو، گلامبوس، هاستلر-ریس و تو را با روش ماکزیمم درستنمایی برآورد کرده و مقادیر بیشینه ی تابع لگاریتم درستنمایی را برای هر تابع مفصل حساب می کنیم. روش کار به این صورت است که در نهایت تابع مفصلی را برای مدل سازی همبستگی بین دو متغیر انتخاب می کنیم که دارای بیشترین مقدار تابع لگاریتم درستنمایی در بین همه توابع مفصل باشد. نتایج در جدول ۳ آورده شده است.

جدول ۳: نتایج مدل سازی همبستگی بین دو شاخص با استفاده از توابع مختلف کاپیولا

| خانواده    | کاپیولا               | برآورد پارامتر | انحراف معیار برآورد | بیشینه لگاریتم درستنمایی |
|------------|-----------------------|----------------|---------------------|--------------------------|
| بیضوی      | نرمال                 | ۰/۹۳۵          | ۰/۰۰۲               | ۲۶۲۶                     |
| ارشمیدسی   | گامبل                 | ۳/۷۰۸          | ۰/۰۶۳               | ۲۲۹۱                     |
| ارشمیدسی   | فرانک                 | ۱۴/۶۴          | ۰/۲۸۴               | ۲۲۷۴                     |
| ارشمیدسی   | کلایتون               | ۷/۷۸۱          | ۰/۱۵                | ۳۲۱۱                     |
| ارشمیدسی   | جو                    | ۳/۹۸۵          | ۰/۰۷۶               | ۱۷۰۶                     |
| مقادیر حدی | گلامبوس               | ۲/۹۵۶          | ۰/۰۶۱               | ۲۲۸۵                     |
| مقادیر حدی | هاستلر ریس            | ۳/۵۸۷          | ۰/۰۵۷               | ۲۲۸۳                     |
| مقادیر حدی | مقدار حدی تی استیودنت | ۰/۹۸۸          | ۰/۰۰۲               | ۲۲۷۹                     |

با توجه به نتایج بالا برای دو شاخص کل و قیمت بورس اوراق بهادار تهران تابع مفصل کلایتون با مقدار پارامتر همبستگی ۷/۷۸۱ دارای بیشترین مقدار تابع لگاریتم درستنمایی بوده و از میان ۴ کاپولای پیشنهادی به عنوان بهترین تابع مفصل انتخاب می شود. در واقع ساختار همبستگی زوج شاخص کل بورس و شاخص قیمت (وزنی-ارزشی) بوسیله تابع مفصل کلایتون بیان می شود.

با توج به اینکه بهترین تابع برازش داده شده برای دو شاخص کل و شاخص قیمت بورس اوراق بهادار تهران تابع کلایتون با برآورد پارامتر ۷/۷۸۱ به دست آمد، در جدول ۴ مقادیر ضریب همبستگی کندال تاو، رو اسپیرمن را بر اساس کاپیولای انتخاب شده مشاهده می کنید.

جدول ۴: همبستگی بین شاخص کل و شاخص قیمت در بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از کاپیولای کلایتون

| مقدار همبستگی | ضریب همبستگی اسپیرمن رو | ضریب همبستگی کندال تاو |
|---------------|-------------------------|------------------------|
| ۰/۹۳۸         |                         | ۰/۷۹۵                  |

در ادامه با توجه به اینکه بهترین تابع برای بیان همبستگی بین دو شاخص کل و قیمت بورس اوراق بهادار تهران تابع کلایتون که یک کاپیولای ارشمیدسی است، برای برآورد و مدل بندی ارزش در معرض ریسک از چندک آلفام این تابع به عنوان برآوردی برای ارزش در معرض ریسک بورس تهران استفاده می کنیم. نتایج را در جدول ۷ مشاهده می کنید. به منظور محاسبه ارزش در معرض ریسک، از کاپیولای کلایتون با پارامتر ۷/۷۸۱ تعداد ۱۰۰۰۰ نمونه تصادفی استخراج کرده ایم، سپس بر اساس نمونه تصادفی استخراج شده چندک های مختلف به صورت زیر محاسبه شده اند.

جدول ۵: برآورد ارزش در معرض ریسک

| مقدار آلفا | مقدار ارزش در معرض ریسک برآورد شده |
|------------|------------------------------------|
| ۰/۱        | ۰/۱۰۴۴۹۶                           |
| ۰/۰۵       | ۰/۰۵۲۵۶۵                           |
| ۰/۰۱       | ۰/۰۱۰۰۲۳                           |
| ۰/۰۰۱      | ۰/۰۰۰۹۱۲                           |

### نتیجه گیری

هدف تحقیق پیدا کردن بهترین تابع کاپیولا برای مدل‌بندی رابطه بین دو شاخص و نهایتاً برآورد ارزش در معرض ریسک بر اساس تابع کاپیولای انتخابی بود. نتایج نشان داد که تابع وایبل بر اساس معیارهای برازش بهترین تابع برای مدل‌بندی شاخص کل و شاخص قیمت بورس اوراق بهادار بود. در ادامه به برآورد تابع کاپیولای مناسب پرداخته شد که تابع کاپیولای کلایتون به عنوان بهترین تابع برای مدل‌بندی رابطه بین شاخص کل و شاخص قیمت بورس اوراق بهادار تهران انتخاب شد. تابع کاپیولای کلایتون جز خانواده کاپیولاهای ارشمیدسی می‌باشد. در واقع کاپیولاهای ارشمیدسی به دلیل سادگی ساخت، کاربردی زیادی در مفاهیم مالی دارند (سمنوف و اسماگ洛夫، ۲۰۱۷). نتیجه به دست آمده با تحقیقات سمنوف و اسماگ洛夫 (۲۰۱۷) همسو بود. به دنبال انتخاب تابع کاپیولای کلایتون به عنوان بهترین تابع کاپیولای برازش داده شده، چندک های ۰/۱، ۰/۰۵، ۰/۰۱ و ۰/۰۰۱ تابع کاپیولای کلایتون برآورد و به عنوان ارزش در معرض ریسک بورس اوراق بهادار تهران معرفی شدند. در واقع ارزش در معرض ریسک بورس تهران در سطح ۵٪، ۰/۱۰۴۴۹۶ و در سطح ۱٪ برابر ۰/۰۱۰۰۲۳ به دست آمد. با توجه به نتایج به دست آمده پیشنهاد می‌شود که از تمامی خانواده های مختلف کاپیولا شامل خانواده بیضوی، ارشمیدسی و مقادیر حدی در مدل بندی رابطه بین متغیرهای مالی استفاده شود تا اینکه بهترین تابع کاپیولا انتخاب شود.

### فهرست منابع:

بهباش زینب، غلامعلی پرهام، (۱۳۹۵)، مقایسه آزمون های نیکویی برازش برای تابع مفصل، اندیشه آماری، سال بیست و یکم، شماره دوم، پاییز و زمستان، شماره پیاپی ۴۲، ۱۰۰-۸۹.

پیش بهار اسماعیل، عابدی سحر (۱۳۹۶) محاسبه ارزش در معرض خطر پرتفوی: کاربرد رهیافت کاپیوا، مجله مهندسی مالی و مدیریت اوراق بهادار، ۳۰، ۷۳-۵۵.

فلاح پور سعید، احمدی احسان (۱۳۹۳) تخمین ارزش در معرض ریسک پرتفوی نفت و طلا با بهره‌مندی از روش کاپیولا گارچ، تحقیقات مالی، ۱۶(۲)، ۳۲۶-۳۰۹.

شهیکی تاش، محمدنبی، اعزازی محمداسماعیل، غلامی بیمرغ لایلا (۱۳۹۲)، محاسبه ارزش در معرض ریسک در بازار بورس اوراق بهادار تهران، فصلنامه تحقیقات توسعه اقتصادی، ۱۰، ۷۰-۵۱.

شمس مرضیه، صادقی حجت الله (۱۳۹۳) محاسبه ارزش در معرض ریسک بر اساس تقریب کورنیش-فیشر از توزیع نرمال، فصلنامه علمی پژوهشی مدیریت دارایی و تامین مالی، ۲(۴)، ۲۰-۱.

Actas, O., & Sjostrand, M. (2011). Cornish-Fisher Expansion and Value-at- Risk method in application to risk management of large portfolios. Master's Thesis in Financial Mathematics.



- Fantazzini, D. (2008). Dynamic Copula Modelling for Value at Risk Frontiers in Finance and Economics, Vol. 5, No. 2, pp. 72-108.
- Jorion, P. (2006). value at risk:the new benchmark for managing financial risk (3 ed.).
- Xisong Jin and Thorsten Lehnert (2018), Large portfolio risk management and optimal portfolio allocation with dynamic elliptical copulas, Depend. Model. 2018; 6:19–46.

## Estimating the value at risk using various Capillary functions

Milad Babaei<sup>1</sup>

Nader Rezaei<sup>\*2</sup>

Date of Receipt: 2022/03/21 Date of Issue: 2022/04/21

### Abstract

Risk is one of the basic concepts in financial markets. Due to the lack of accurate picture of the realization of risk, financial markets need risk control and management approaches. Value at risk is a statistical measure of losses and measures risk quantitatively and conceptually. The purpose of this study is to calculate the risk value using capillaries. Normally, normal capillaries (elliptical family), Gamble, Frank, Clayton, Joe (Archimedean family), Galambus, Hustler-Reese, and T-Student (family of limit values) were used. The value at risk was estimated based on different multiples of the Clayton Capillary function.

### Keywords

Value at Risk, Capilla

1. Department of Financial Management, Maragheh Branch, Islamic Azad University, Maragheh, Iran. (Milad.babaei@gmail.com)

2. Department of Accounting, Maragheh Branch, Islamic Azad University, Maragheh, Iran. (Responsible author: Nader\_rezaei\_2019@yahoo.com)